EL PADRE DEL ÁLGEBRA

Si por alguna razón la matemática es conocida, si existe algún concepto matemático que goce de general conocimiento y respeto, ése es el de ecuación. El término en sí recoge tantas y tan distintas acepciones que han cambiado a lo largo de la Historia, que resulta imposible poder englobar en una sola definición todo lo que se dice y se ha dicho sobre las ecuaciones. En el origen de su tratamiento sistemático se haya una palabra mágica: el álgebra, símbolo de generalidad y abstracción, y, por ello, de utilidad.

por Lolita Brain

ABU JA'FAR MUHAMMAD IBN MUSA
AL-KHWARIZMI
(hacia 780-850)

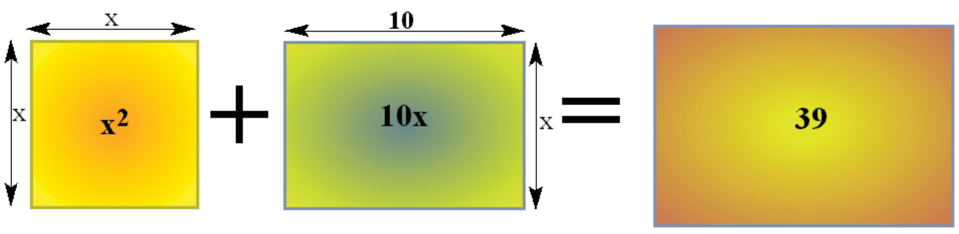
EL PADRE DEL ÁLGEBRA

El álgebra es el corazón de la matemática. Salpica todos sus rincones. En su origen nace como respuesta a la necesidad de resolver ecuaciones sistemáticamente. Es decir, como la búsqueda de mecanismos que permitan solucionar problemas que aparecen una y otra vez bajo la misma forma, y a los que se debe proporcionar idénticos procedimientos de resolución. Al-Khwarizmi fue un brillante astrónomo y bibliotecario de la Casa de la Sabiduría y del Observatorio Astronómico de Bagdad. Su brillantez reside en reconocer la similitud formal de múltiples fenómenos y dar solución común a ellos.

¿QUÉ ES UNA ECUACIÓN?

La definición de ecuación puede ser tan simple como *una igualdad en la que algunos términos son desconocidos*. Resolver la ecuación significa, por tanto, encontrar los valores de esos términos desconocidos. Sin embargo, hay tantos tipos de ecuaciones que esta definición no basta, aunque es perfectamente válida para la época de Al-Khwarizmi. Desde tiempos de los babilonios, el hombre se planteó problemas cotidianos en los que debía encontrarse algún valor numérico. El álgebra aparece cuando esos problemas particulares se estudian con una visión generalista. Hasta bien entrado el siglo XVI, las ecuaciones tenían un significado geométrico heredado de los griegos.

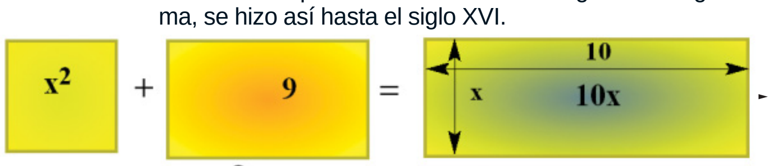
$$x^2 + 10\,x = 39$$



La ecuación anterior se interpreta geométricamete del siguiente modo: un cuadrado de lado desconocido x tiene una superficie que mide x^2. Un rectángulo que tuviera un lado x como el del cuadrado y el otro de 10 unidades tendría un área de 10x. Así pues, la suma de las áreas de esas dos figuras debe resultar igual a 39. El problema es determinar el lado del cuadrado original.

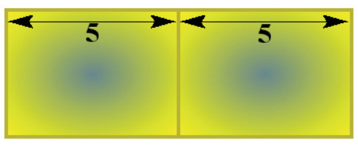
OTRO CASO

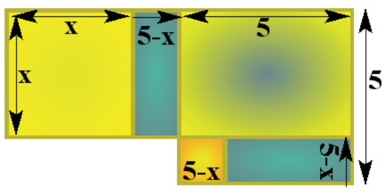
Al-Khwarizmi clasifica las ecuaciones de segundo grado en seis tipos distintos. Estudia cada caso de modo separado. Aunque nosotros no las catalogamos de igual forma, se hizo así hasta el siglo XVI.



$$x^2 + 9 = 10\,x$$

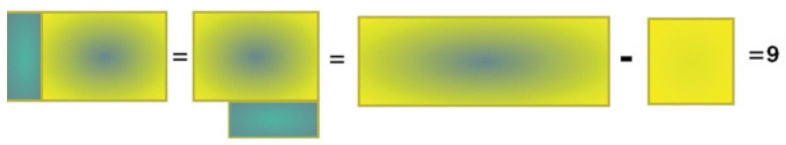
Partimos de la versión geométrica de la ecuación, distinta de la anterior.





Dividimos el rectángulo 10x en dos partes iguales.

Obtenemos de una mitad el cuadrado amarillo x^2. Formamos un cuadrado agregando el rectángulo azul y el cuadrado naranja a la otra mitad.



Si observamos la igualdad entre las áreas de las diferentes figuras en las que descompusimos el diagrama inicial, ya casi tenemos la solución.

Basta observar que el cuadrado naranja tiene de lado **5 - x** (5 menos el valor buscado). Es sencillo ver que x ha de valer 1.

Al-jabr proviene de *jabr*, que significa restaurar, insertar. Los médicos que reparaban los huesos se llamaban algebristas. En las ecuaciones se corresponde con lo que nosotros denominamos "*pasar al otro miembro*". Nuestra palabra álgebra proviene de este término.

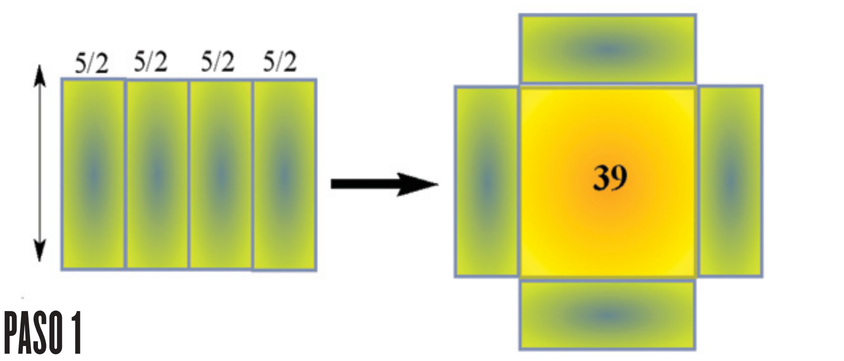
$x^2 + 39 = 60$ **se convierte en** $x^2 = 60 - 39$ **aplicando al-jabr.**

Muqabala significa comparación y se relaciona con nuestra técnica de "*agrupar términos semejantes*".

$x^2 + 7x + 2x = 60$ **se convierte en** $x^2 + 9x = 60$ **aplicando muqabala.**

LA SOLUCIÓN

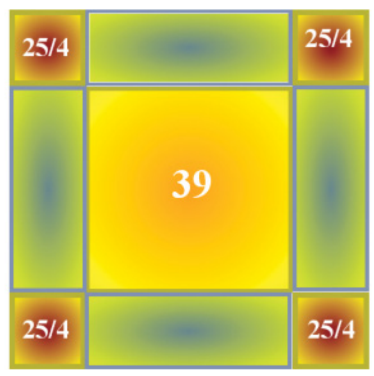
Al-Khwarizmi utiliza hábiles métodos geométricos para encontrar la solución. Cada forma de ecuación requiere una técnica distinta para su solución. No se consideran las cantidades negativas. Recuerda que los negativos no llegarán hasta muy avanzado el siglo XVI.



PASO 1

Dividimos el rectángulo en cuatro partes iguales manteniendo el lado de medida x. Se coloca alrededor del cuadrado cuyo lado desconocemos. La figura de la derecha debe tener por tanto un área de 39 unidades cuadradas (u^2).

PASO 2



Podemos completar la figura anterior con cuatro cuadrados de lado 5/2. Así podemos poner:

CUADRADO GRANDE = $39u^2$+ 4 CUADRADOS PEQUEÑOS

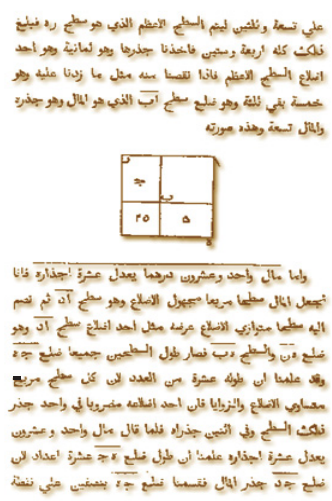
CUADRADO PEQUEÑO = $(5/2) \times (5/2) = 25/4u^2$

CUADRADO GRANDE = $39u^2 + 4 \times 25/4u^2 = 64u^2$

entonces ya hemos completado el cuadrado y LADO CUADRADO GRANDE = 8 (8x8 = 64)

LADO CUADRADO GRANDE = x + 5/2 + 5/2 = x + 5.

SOLUCIÓN: x = 3



AL-JABR Y AL-MUQABALA

La principal obra de Al-Khwarizmi se titula 'Al-Mujtasar fi hisab Al-jabr wa'l-Muqabala'. Ambos términos son de difícil traducción y corresponden a los dos mecanismos que utiliza el autor para resolver las ecuaciones, y que se relacionan con las técnicas que hoy utilizamos nosotros. En sus páginas se estudian las soluciones de los seis tipos distintos de ecuaciones de segundo grado que él consideró.

PÁGINA DEL TEXTO DE AL-KHWARIZMI, 'AL-MUJTASAR FI HISAB AL-JABR WA'L-MUQABALA'. FUE TRADUCIDO AL LATÍN POR ROBERTO DE CHESTER EN TOLEDO, EN 1145